

Cette publication est éditée par la société Optimind, 75 bd Haussmann, 75008 Paris.

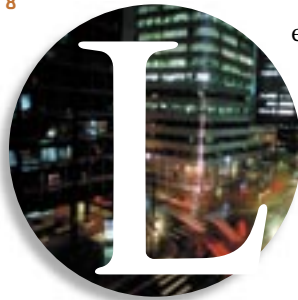
Également disponible sur :
www.optimind.fr

Sommaire

Contexte	2
Les récentes évolutions réglementaires	2
Impact des tables de mortalité sur la tarification	3
Les tables d'expérience	4
Spécificités d'une table de mortalité prospective	7
Application : modélisation stochastique d'un passif	7
Conclusion	8

Les tables de mortalité

De la réglementation à la modélisation des risques, un tour d'horizon sur l'actualité et les techniques actuarielles



Les tables de mortalité constituent l'outil statistique de premier rang pour les actuaires. Un actuaire communicant peut lui préférer son synonyme, moins utilisé par les professionnels, de tables de survie : c'est une question d'angle de vue ! De récentes évolutions en ce domaine nous ont incités à vous proposer un dossier technique sur ce thème. Par exemple, sur les risques de vie, des travaux importants ont été menés en 2006, par les organismes professionnels pour le compte des pouvoirs publics, dans l'objectif d'actualiser les tables de mortalité prospectives réglementaires TPG de 1993.

A la lumière des résultats obtenus, il est apparu nécessaire au législateur de mettre à jour la réglementation avec de nouvelles tables : les dérives de mortalité liées au phénomène générationnel anticipées en 1993 ne se sont pas avérées suffisantes. Il est aussi apparu que la mortalité des assurés était significativement inférieure à celle de la population qui est étudiée par l'INSEE. Enfin, pour la première fois le sexe de l'assuré est pris en compte par la réglementation avec les nouvelles tables. Ces nouvelles tables vont principalement impacter les tarifs d'assurance pour les femmes, en les augmentant, et conduire les assureurs à des augmentations de provisionnement, pouvant être amorties sur 15 ans. Le développement attendu des produits de retraites formulés sous forme de rentes nécessite que les professionnels de la question, les actuaires, soient capables de tarifier précisément ces risques à développement long, et ainsi permettre au marché une libération de la créativité en conception de nouveaux produits d'assurance orientés sur la retraite.

Christophe Eberlé, Actuaire associé, Président d'Optimind

Dossier réalisé par Frédérique Henge, actuaire R & D, avec la participation de Philippe Desplanche, Thibaud Hager et Gildas Robert, actuaires consultants.

*De nos jours,
on survit à tout
sauf à la mort*

Oscar Wilde

Contexte

Les tables de mortalité constituent le référentiel central de toutes les activités d'une compagnie d'assurance exerçant dans la branche vie, puisqu'elles permettent d'estimer la probabilité de survie ou de décès des personnes assurées. Il existe deux catégories de tables :

Les tables de mortalité statiques, périodiques ou instantanées

Ces tables caractérisent la mortalité de la population actuelle dans sa globalité : une même probabilité de décès est appliquée quelle que soit la génération de la personne assurée, qui peut être identique pour toute

la population ou segmentée suivant des variables influençant de manière significative le risque de décès (Homme/Femme, Fumeur/Non Fumeur, type de contrat).

Les tables dynamiques ou prospectives, dites de « génération »

Ce sont des tables bidimensionnelles : deux variables expliquent le décès, à la fois l'âge de l'assuré mais aussi le temps. Les probabilités de survie du risque de mortalité intègrent les évolutions potentielles de la mortalité avec le temps (recul de la mortalité, phénomène de longévité).

Les récentes évolutions réglementaires

La réglementation, via le Code des Assurances, le Code de la Sécurité Sociale et le Code de la Mutualité, établit clairement quelles tables de mortalité sont à utiliser. Quatre arrêtés ont d'ailleurs récemment modifié les codes à ce sujet, les tables utilisées jus-

qu'à présent étant jugées obsolètes pour refléter le risque de mortalité réel de la population actuelle. Il s'agit de :

- l'arrêté du 20 décembre 2005 relatif aux tables de mortalité (entrant en vigueur à compter du 1^{er} janvier 2006)
- l'arrêté du 1^{er} août 2006 portant homologation des tables de mortalité pour les rentes viagères et modifiant certaines dispositions du code des assurances en matière d'assurance sur la vie et de capitalisation (entrant en vigueur à compter du 1^{er} janvier 2007)
- l'arrêté du 8 décembre 2006 relatif aux tables de mortalité applicables aux Mutuelles
- l'arrêté du 21 décembre 2006 relatif aux tables de mortalité applicables aux institutions de prévoyance.

Ainsi, pour tous les contrats autres que les rentes viagères, les tables TH00-02 et TF00-02 (construites sur la base de données relatives à la population française dans sa globalité, publiées par l'INSEE) remplacent respectivement les tables TD88-90 et la TV88-90.

Pour ce qui est des rentes viagères, la table TGH05 pour les assurés de sexe masculin et la TGF05 pour les assurés de sexe féminin, avec les décalages d'âge spécifiques à la génération, succèdent à la table générationnelle TPG93. Elles ont été construites en se basant sur des populations d'assurés et non sur la population globale.

La réglementation présente comme importante nouveauté d'autoriser les organismes assureurs à réaliser une distinction technique entre les hommes et les femmes au sein de son portefeuille pour le

Publications de l'Institut des Actuaires

L'institut des Actuaires a publié 2 principaux documents (*) au sujet de l'introduction des nouvelles tables de mortalité :

- un « Avis sur l'application des nouvelles tables de mortalité pour l'arrêté du 31/12/2006 » (publié le 15/01/2007)
- une « Notice d'utilisation des tables de mortalité TH00-02 et TF00-02 » (publiée le 18/07/2007) dans laquelle la Commission d'Agrément s'exprime au sujet des décalages d'âge à appliquer pour les contrats en cas de vie.

“

*Refléter le risque
réel de la population
actuelle...*

”



* Voir sur le site de l'Institut www.institutdesactuaires.com, rubrique « Documents et Publications », onglet « Département et commissions » puis « Commission Comptable »

provisionnement. Il reste toutefois possible d'appliquer une table unique, à condition de retenir la plus prudente, à savoir :

- pour le risque décès : la TH00-02
- pour le risque vie : la TFO0-02
- pour les rentes : la TGF05.

Une dernière alternative, possible depuis 1993, consiste à utiliser une table d'expérience certifiée par un actuair indépendant agréé par l'Institut des Actuaires. Il s'agit dans ce cas d'établir les probabilités de décès suivant l'observation de la mortalité caractéristique de la population concernée ou d'une population soumise à un risque identique. Sans suivi régulier, la validité de la table n'est que de 2 ans et est portée à 5 ans avec un suivi annuel.

Les nouvelles tables de mortalité

Les nouvelles tables de mortalité fournissent des probabilités de décès plus faibles que les anciennes tables : l'espérance de vie à la naissance est actuellement plus importante que par le passé, bien que l'écart relatif entre les hommes et les femmes tend à diminuer.

	TV88-90/TD88-90	TF00-02/TH00-02
Espérance de vie à la naissance	hommes : 73 ans femmes : 81,2 ans	hommes : 76 ans femmes : 83,5 ans
Ecart moyen de l'espérance de vie entre les femmes et les hommes	4,82 années	4,53 années

Impact des tables de mortalité sur la tarification

...✦ Prenons l'exemple d'un contrat retraite.

Considérons une rente annuelle de 100 € (i.e. une rente viagère différée, avec un premier versement à l'âge de 65 ans), financée par une prime unique.

Pour un assuré d'âge x à la souscription et un taux technique i (fixé à 2%), la prime pure unique P s'écrit (ω correspond à l'âge limite) :

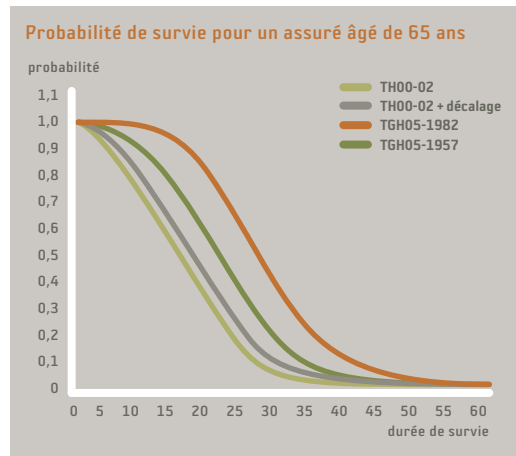
$$P = 100 (1 + i)^{-(65-x)} p_x \sum_{k=0}^{\omega} (1 + i)^{-k} p_{65+k}$$

Soit numériquement :

Âge à la souscription	TGH05 (1982 ou 1957)	TH00-02 + décalage d'âge
25 ans	950	642
50 ans	1402	1087

De manière générale, la prime est plus élevée avec la table TGH05 qui correspond à la table préconisée par le Code des Assurances pour ce genre de contrat. Bien que le décalage d'âge appliqué permette de surévaluer la probabilité de survie de la table TH00-02, cela n'est pas suffisant pour atteindre un niveau de prime susceptible de couvrir le risque de longévité relatif aux contrats de rentes viagères. Ainsi, si l'assureur utilise des bases techniques qui ne reflètent pas la sinistralité réelle, il se verra très probablement confronté à des pertes techniques et sera, a fortiori, dans l'obligation d'utiliser ses fonds propres pour pouvoir

respecter les termes du contrat, le capital constitutif initial devenant insuffisant à financer les arrérages réels à servir.



“
L'écart relatif
entre les hommes
et les femmes
tend à diminuer
”

Les tables d'expérience

Validation des données initiales et justification du contexte d'analyse

Pour avoir des résultats pertinents et représentatifs de la mortalité d'une certaine population, il faut disposer de données qui soient fiables et exploitables. Il y a donc, avant de passer concrètement à la construction d'une table de mortalité, tout un travail à réali-

L'intérêt de construire une table d'expérience

Certifiée par un actuairiste indépendant agréé par la Commission de l'Institut des Actuaires, une table d'expérience permet de modéliser le risque de mortalité en se fondant sur une étude précise d'un portefeuille donné. Les assureurs ont tout intérêt à opter pour ce genre de tables, car ils peuvent mieux cerner le risque de mortalité inhérent à leur portefeuille, et appréhender notamment le phénomène d'antisélection. La connaissance du portefeuille constitue d'ailleurs un point clé dans le processus de gestion et de la maîtrise des risques d'entreprise : un pilotage performant va de pair avec une bonne perception du profil de risque, comme le suggèrent les évolutions actuelles du monde de l'assurance (normes IFRS et projet Solvabilité II).

ser en amont pour préparer et nettoyer les données qui vont servir à l'étude. Il s'agit en particulier de procéder à une analyse descriptive de la population étudiée, de vérifier son homogénéité ou de mettre en évidence certaines variables explicatives de la mortalité qui permettront par la suite d'effectuer une segmentation (typiquement, différencier les hommes et les femmes). Plus cette phase de nettoyage sera rigoureuse et poussée, plus les résultats seront précis et de bonne qualité.

Méthodologie générale

La construction d'une table d'expérience se déroule en plusieurs étapes :

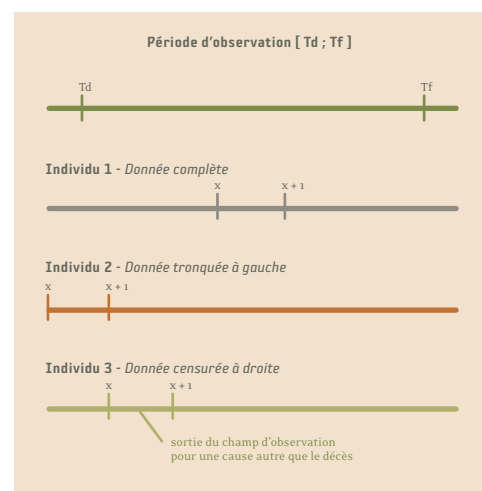
- Validation des données initiales et justification du contexte d'analyse
- Estimation des taux annuels bruts de décès
- Lissage de taux annuels de décès
- Méthodes d'extrapolation dans le cas de données insuffisantes
- Validation de la table construite.

Estimation des taux annuels bruts de décès

Une estimation des taux annuels bruts de décès consiste à évaluer les probabilités de décès q_x pour les différents âges x de la vie, à partir des données relevées au cours de la période d'observation. Pour ce faire, il est nécessaire de connaître le nombre d'individus en vie à l'âge x et le nombre d'individus décédés pendant leur $x + 1^{\text{ème}}$ année. Il est de plus supposé que, sur l'intervalle d'âge $[x, x + 1]$, tous les décès sont indépendants et que la probabilité de décès est identique quel que soit l'individu. Toute la difficulté réside alors dans la présence de données tronquées ou censurées qui sont liées à une observation partielle et qui nécessitent des méthodes particulières d'estimation, comme la méthode de Kaplan Meier (1958).

Les différents types de données pour l'estimation des taux bruts

- Une donnée complète : l'individu atteint l'âge x après le début de la période d'observation ; il est décédé ou fête son $x + 1^{\text{ème}}$ anniversaire avant la fin de la période d'observation ;
- Une donnée tronquée à gauche : l'individu a déjà entamé sa $x + 1^{\text{ème}}$ année au début de la période d'observation ;
- Une donnée censurée à droite : la date du $x + 1^{\text{ème}}$ anniversaire de l'individu n'est pas observable



*La statistique a démontré
que la mortalité dans l'armée
augmente sensiblement
en temps de guerre*

Alphonse Allais

✦ Lissage de taux annuels de décès

Les taux annuels bruts de décès présentent en général des irrégularités en rapport avec les fluctuations d'échantillonnage. Il est donc nécessaire de lisser ces taux afin d'obtenir une courbe de mortalité qui progresse graduellement avec l'âge. Il existe différentes techniques qui peuvent faire aussi l'objet d'une utilisation conjointe :

- les modèles paramétriques
- les lissages paramétriques
- les lissages non paramétriques
- les modèles relationnels.

Les modélisations paramétriques ou relationnelles sont à privilégier dans le cas de petits échantillons. Elles permettent théoriquement d'extrapoler facilement l'estimation des taux de mortalité à des âges sans observation ou qui n'ont pas participé à l'ajustement par manque d'informations suffisantes. Les méthodes de lissage sont plutôt indiquées dans le cas de données importantes. Elles restent assez proches des taux bruts mais ne sont pas adaptées pour être employées en dehors de la plage d'estimation. En fait, il est préférable d'effectuer plusieurs essais de sorte à choisir la méthode qui représente le mieux la mortalité du groupe observé, en s'appuyant sur différents critères de décision.

✦ Modélisation paramétrique

Il s'agit de rapprocher les taux de mortalité à une certaine loi connue mais dont les paramètres sont inconnus et à les estimer sur la base des observations disponibles. Plus le nombre de paramètres à estimer est grand, moins le modèle sera robuste.

Exemple de modélisation paramétrique : la loi de Heligman-Pollard (1980)

$$\frac{q_x}{P_x} = A^{(x+B)^c} + D \exp \{ - E (\ln(x) - \ln(F))^2 \} + GH^x$$

où : $A^{(x+B)^c}$ modélise la mortalité infantile,

$D \exp \{ - E (\ln(x) - \ln(F))^2 \}$ modélise la mortalité accidentelle

GH^x modélise la mortalité normale due au vieillissement.

Des études démographiques ont mis en évidence trois facteurs influençant la mortalité :

- la mortalité endogène qui résulte des aléas de l'existence et des phénomènes biologiques (par exemple, la mortalité infantile)
- la mortalité accidentelle qui caractérise toutes les causes de décès autres que la maladie
- la mortalité normale due au vieillissement, suivant la forme de société au sein de laquelle vit la population étudiée.

Plusieurs modèles ont déjà fait leurs preuves dans la profession, tels que : la loi de Gompertz (1825), la loi de Makeham (1960), la loi de Heligman-Pollard (1980), la loi de Weibull (1951) ou la loi logistique.

✦ Lissages paramétriques

Il s'agit de substituer aux taux annuels bruts de mortalité une série plus régulière ou lissée, en supposant que la courbe de mortalité appartient à une certaine famille de fonctions mathématiques.

Les modèles existants relèvent généralement d'un modèle de régression, comme la méthode des splines ou celles des lois de la famille Gompertz-Makeham.

Exemple de lissage paramétrique : Lois de la famille de Gompertz-Makeham

$$\mu_x = GM(r, \Delta) = P_1(x) + \exp \{ P_2(x) \}$$

où : $GM(r, \Delta)$ est une loi de Gompertz-Makeham de paramètres r et s ,

$P_1(x)$ est un polynôme de degré $r-1$,

$P_2(x)$ est un polynôme de degré $s-1$.

Les coefficients des polynômes sont alors déterminés par la méthode des moindres carrés pondérés.

✦ Lissages non paramétriques

Le principe consiste à substituer aux données brutes des valeurs lissées, en supposant que la mortalité du groupe étudié est plutôt régulière, sans qu'aucune loi sous-jacente n'intervienne. Les méthodes les plus courantes sont celles des moyennes mobiles pondérées et de Whittaker-Henderson (1923).

Exemple de lissage non paramétrique : La méthode de Whittaker-Henderson (1923)

Cette méthode consiste à déterminer les valeurs lissées en minimisant la fonction $F + hS$, définie de la manière suivante :

$$F = \sum_{x=x_{\text{inf}}}^{x_{\text{sup}}} w_x (q_x - \hat{q}_x)^2 \text{ mesure la fidélité à la courbe initiale}$$

$$S = \sum_{x=x_{\text{inf}}}^{x_{\text{sup}}-Z} \Delta^Z (q_x)^2 \text{ mesure la régularité du lissage}$$

h = un paramètre d'arbitrage entre fidélité et régularité

$\Delta^Z (q_x) = \Delta^{Z-1}(q_x) - \Delta^{Z-1}(q_{x-1})$ pour z strictement positif et lissage

$$\Delta^0 (q_x) = q_x$$

✦ Modèles relationnels

Il s'agit de rapprocher les taux de mortalité bruts à ceux issus d'une table connue, construite à partir d'une population ayant des caractéristiques similaires et de transformer cette table de référence pour aboutir à celle du groupe visé. Les modèles de Cox (1972), de Brass (1971) et de Hannerz (2001) constituent les modèles de référence. Ils peuvent être utilisés séparément ou combinés dans le cadre de modèles additifs généralisés.

Exemple de modèle relationnel : Le modèle de Brass (1971)

$$\text{logit} (q_o) = \alpha + \beta \text{logit} (q_o^{\text{ref}})$$

avec : $\text{logit} (x) = \ln \left(\frac{x}{1-x} \right)$

❖ Méthodes d'extrapolation dans le cas de données insuffisantes

Pour les âges élevés, les données observables ne sont généralement pas suffisamment fiables pour participer à l'ajustement de la courbe de mortalité. Il faut alors recourir à des techniques d'extrapolation afin de modéliser la mortalité aux grands âges telles que les méthodes de Denuit & Goderniaux (2005), de Koale & Kisker (1990) ou de Lindbergson (2001).

Exemple de méthode d'extrapolation : Denuit & Goderniaux (2005)

Il s'agit d'estimer par la méthode des moindres carrés les coefficients capables d'établir cette relation :

$$\ln \hat{q}_x = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \varepsilon_x$$

Où ε_x , supposées indépendantes et distribuées suivant une loi normale de moyenne nulle et d'écart type σ

On pose la contrainte à l'âge limite :

$$\left. \begin{array}{l} \delta q_x \\ \delta x \end{array} \right|_{x=130} = 0$$

❖ Validation de la table construite

L'objectif est de s'assurer du respect de certaines règles de cohérence. Plusieurs éléments sont à vérifier : croissance des taux de mortalité avec l'âge, correspondance avec les données initiales, respect des connaissances a priori de la mortalité. Par exemple, dans le cas d'une différenciation par sexe, il est logique d'observer, pour un même âge, que les taux de décès des femmes sont inférieurs à ceux des hommes. Différents critères et tests sont susceptibles de mesurer la qualité de la modélisation.

Mise en perspective : l'espérance de vie

Durant le 20^{ème} siècle, l'espérance de vie en France a quasiment doublé, elle est passée de 40 à 78 ans. Cette observation a été le résultat de nombreux progrès :

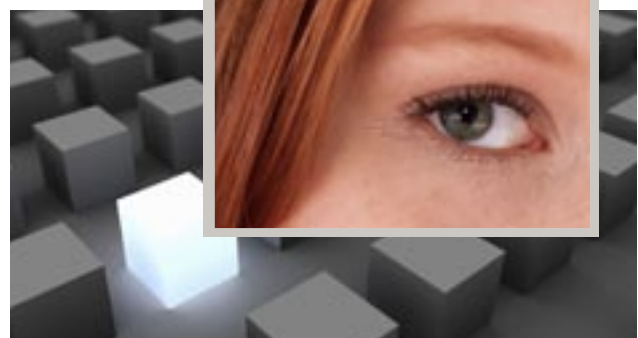
- principalement la médecine
- les politiques de santé publique
- les progrès techniques et technologiques
- la hausse en moyenne des niveaux de vie

A travers l'éducation et l'information, les causes individuelles ont également joué un rôle dans l'augmentation de l'espérance de vie. La prise de conscience de l'importance de la prévention a modelé les comportements.

Il demeure néanmoins des défis importants pour l'avenir :

- Ne pas aggraver la morbidité, ou du moins la contenir, des individus aux âges élevés. Il semble effectivement que les incapacités aux âges élevés sont, en écart relatif, en constante amélioration.
- Améliorer les espérances de vie des pays en voie de développement, certains écarts doivent impérativement être réduits, et le rôle de l'Occident en ce domaine est fondamental. Au Nigéria par exemple, l'espérance de vie des hommes est de 48 ans, équivalent d'un siècle de retard sur les statistiques occidentales !

Critère ou test	Description
Critère de fidélité aux taux bruts	$CF = \sum_x q_x^* - \hat{q}_x \quad \text{ou} \quad CF = \sum_x (q_x^* - \hat{q}_x)^2$ où q_x^* représente le taux brut Plus le critère est proche de 0, plus les taux lissés sont fidèles aux taux bruts.
Critère de régularité des taux lissés	$CR = \sum_x (\Delta^Z \hat{q}_x)^2$ soit pour $Z=1$: $CR = \sum_x (\hat{q}_x - \hat{q}_{x+1})^2$ Plus cette valeur est proche de 0 et plus le lissage est régulier.
Test du Chi-deux d'ajustement	Ce test rejette le modèle si les écarts entre les taux bruts et les taux ajustés sont trop significatifs pour être simplement dus au hasard, pour un certain niveau de confiance α : $\chi_x^2 = \sum_{x=0}^n \frac{(d_x - 1_x \hat{q}_x)^2}{1_x \hat{q}_x}$ Soit le degré de liberté k égal au nombre de tranches d'âges envisagées diminué du nombre de paramètres estimés. Rejet si : $\chi_{obs}^2 > \chi_k^2(\alpha)$



Spécificités d'une table de mortalité prospective

• Dans la construction de tables de mortalité prospectives, on tient non seulement compte de l'âge des individus mais aussi du temps : la loi de mortalité du groupe étudié est caractérisée par un modèle bi-dimensionnel. Les données disponibles doivent donc être plus détaillées : il est nécessaire de connaître le nombre de décès observés parmi les assurés pour différents âges et différentes années (ou suivant différentes générations). Il faut de plus que l'ajustement des taux de mortalité passés puisse être projeté dans le futur afin de tenir compte dans la modélisation de l'évolution potentielle de la mortalité au cours du temps.

Il existe bon nombre de techniques pour établir une table de mortalité prospective. Il est assez fréquent d'appliquer une approche paramétrique. Mais les actuaires utilisent surtout la méthode de Lee-Carter qui est devenue un standard dans l'élaboration des tables prospectives.

• Approche paramétrique

Une telle approche consiste à ajuster les observations et à condenser l'information annuelle dans un nombre restreint de paramètres. Il s'agit ensuite de modéliser l'évolution de ces paramètres au cours du temps, de sorte à pouvoir projeter la mortalité dans le futur, comme le propose le modèle de Benjamin & Polard (1993) ou celui de Benjamin & Soliman (1999).

Exemple d'une approche paramétrique : Benjamin & Soliman (1999)

$$\text{logit}(q_x(t)) = \alpha_t + \beta_x x$$

• Modèle de Lee & Carter

La mortalité est décomposée en deux éléments, l'un propre à l'âge et l'autre tendanciel. L'objectif est de projeter la composante relative au temps, en extrap-

lant dans le futur les tendances passées, sans tenir compte de l'évolution présumée de la mortalité au regard d'experts (comme les progrès de la médecine, l'apparition de nouvelles maladies, l'évolution du style de vie,...).

Le taux instantané de mortalité est décrit par un modèle log-bi-linéaire :

$$\ln \mu_x(t) = \alpha_t + \beta_x k_t + \varepsilon_{xt}$$

sous les contraintes d'identifiabilité :

$$\sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} \beta_x = 1 \text{ et } \sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} k_t = 0$$

Où :

- ε_{xt} représentent les erreurs d'ajustement et sont des variables indépendantes et identiquement distribuées suivant la loi normale $N(0; \sigma^2)$ ce qui implique l'hypothèse d'homoscédasticité ;
- α_x décrit le comportement moyen des taux instantanés de mortalité au cours du temps (sur une échelle logarithmique) ;
- β_x décrit l'écart entre des taux instantanés de mortalité et le comportement moyen ;
- k_t décrit l'évolution de la mortalité au cours du temps.

L'estimation des paramètres s'effectue par la méthode des moindres carrés (non linéaire) :

$$(\hat{\alpha}_x, \hat{\beta}_x, \hat{k}_t) = \arg \min_{\alpha_x, \beta_x, k_t} \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} \sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} (\ln \hat{\mu}_x(t) - \alpha_x + \beta_x k_t)^2$$

Une fois tous les paramètres estimés, il ne reste plus qu'à extrapoler la composante temporelle \hat{k}_t , en supposant que celle-ci synthétise toute l'information relative à l'évolution de la mortalité dans le temps. Une fois que cette série temporelle est modélisée (grâce à la théorie des séries chronologiques), il est possible d'émettre des prévisions sur l'évolution future de la mortalité.

Application : modélisation stochastique d'un passif

• Les techniques stochastiques sont traditionnellement utilisées dans la modélisation de l'actif afin d'estimer au mieux les différents risques et de palier entre autres aux fluctuations des marchés financiers. L'utilisation de ces techniques stochastiques pour la modélisation du passif est plus récente. Elles apportent des informations beaucoup plus intéressantes, notamment pour le contrôle des risques. Alors qu'un modèle déterministe ne fournit qu'une valeur moyenne, un modèle stochastique est capable de nous renseigner sur l'ensemble de la distribution

de la quantité étudiée et permet notamment d'en estimer la variance et les quantiles (pour plus de détails, voir le Dossier Technique Optimind de janvier 2007).

Pour évaluer au plus juste le risque de mortalité, la modélisation stochastique introduit des termes aléatoires à deux niveaux : on considère d'une part une durée de vie aléatoire des assurés et d'autre part une loi de mortalité aléatoire. La modélisation de la durée de vie aléatoire des assurés par rapport à une loi donnée permet la modélisation de l'effet de non mutualisation : un portefeuille de petite taille peut s'écarter sensiblement de la

loi des assurés supposée connue. La Loi des Grands Nombres atteste que cet impact est d'autant plus réduit que le portefeuille est de taille importante.

La loi de mortalité aléatoire des assurés permet alors la modélisation d'un écart possible de la loi des assurés par rapport à la loi d'expérience.

Loi de mortalité aléatoire des assurés	Durée de vie aléatoire des assurés
<p>La mortalité modélisée est un processus stochastique : le taux de mortalité pour un âge donné et une année donnée est la réalisation d'une variable aléatoire dont les paramètres sont calibrés suivant la mortalité d'expérience.</p> <p>Exemple : Le modèle de Lee</p> $q_{t,x}^{sto} = \tilde{\alpha}_{t,x} \times q_x^{th} + \tilde{\beta}_{t,x}$ <p>Où :</p> <ul style="list-style-type: none"> • $q_{t,x}^{sto}$ est la mortalité stochastique utilisée dans le modèle, • q_x^{th} est la mortalité théorique • $\tilde{\alpha}_{t,x}$ et $\tilde{\beta}_{t,x}$ représentent des modifications aléatoires de la mortalité théorique et suivent des lois normales (notons que $\tilde{\beta}_{t,x}$ est un facteur facultatif). 	<p>Une fois que l'on connaît la réalisation de la probabilité de décès d'un individu ($q_{t,x}^{sto}$) à une certaine date, on suppose que le décès surviendra ou non en fonction de la réalisation d'une variable aléatoire de Bernoulli de paramètre $q_{t,x}^{sto}$. Ceci permet de caractériser la survie aléatoire de l'assuré considéré au sein du groupe.</p> <p>Concrètement, il suffit de générer la réalisation (u) d'une variable uniforme sur l'intervalle $[0; 1]$ et d'appliquer la règle de décision suivante :</p> $\begin{cases} \text{si } u > q_{t,x}^{sto} & \text{alors l'assuré survit} \\ \text{si } u \leq q_{t,x}^{sto} & \text{alors l'assuré décède} \end{cases}$

Conclusion

Le monde de l'assurance et sa réglementation vivent actuellement des évolutions considérables (normes IFRS, directive Solvabilité II), où la préoccupation du risque inhérent à l'activité tient une place primordiale. Dans ce contexte, on ne peut que favoriser la construction de tables de mortalité d'expérience, qui, une fois certifiées, constituent un atout majeur dans la valorisation et la représentation du risque de mortalité propre

à un portefeuille considéré. Elles sont d'ailleurs une base fondamentale pour une modélisation stochastique des passifs d'assurance, seule technique capable de fournir une évaluation économique ou une « juste valeur » qui reste fidèle au profil de risque de la compagnie.

optimind ::

Qui sommes-nous ?

Société d'actuariat conseil, OPTIMIND est un interlocuteur de référence pour les assureurs, mutuelles, banques et grandes entreprises qui souhaitent un partenaire métier les accompagnant dans leurs projets.

Ethique, déontologie, expertise, méthode et pragmatisme sont les valeurs clefs qui animent les actuaires, consultants et ingénieurs d'OPTIMIND.

Nos clients bénéficient ainsi d'une prestation de qualité associée à la signature d'une société de conseil reconnue.

OPTIMIND s'organise autour de trois axes de compétences métiers :

- > L'actuariat conseil
- > L'assistance à maîtrise d'ouvrage
- > La décisionnel & logiciel métier

Concepteur de valeur ajoutée
Actuariat & systèmes d'information

Optimind
75 bd Haussmann
75008 Paris
T / 01.42.68.50.65
F / 01.42.68.50.66

www.optimind.fr